STAT2622 HW6 解答

1 $n = 120,\ \bar{X} = 0.63,\ s = 0.12,\ \alpha = 0.05,\ \mu_0 = 0.6$

（a） 4%

$H_0: \mu \le 0.6,\ H_1: \mu > 0.6$

（b） 5%

$$R = \left\{ \bar{X} \,\middle|\, \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} > t_{120,1-0.05} = 1.658 \right\}$$

$$T = \frac{0.63 - 0.6}{\frac{0.12}{\sqrt{120}}} = 2.7386$$

$\because T > 1.658 \therefore$ Reject H_0， 這個宣稱正確。所以我們有足夠證據說明每根香菸的平均尼古丁含量高於 0.6 毫克。

（c） 5%

μ_0的 90%信賴區間為$\left(\bar{X} - t_{119,0.05}\frac{0.12}{\sqrt{120}} = 0.612, \bar{X} + t_{119,0.05}\frac{0.12}{\sqrt{120}} = 0.648\right)$

2 $n = 60,\ \bar{X} = 4.5,\ s = 1.1,\ \alpha = 0.05,\ \mu_0 = 4.2$

（a） 4%

$H_0: \mu \le 4.2,\ H_1: \mu > 4.2$

（b） 5%

$$R = \left\{ \bar{X} \,\middle|\, \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} > t_{59,1-0.05} = 1.671 \right\}$$

$$T = \frac{0.3}{\frac{1.1}{\sqrt{60}}} = 2.1125$$

（c） 5%

$\because T > 1.671 \therefore$ Reject H_0， 這個宣稱正確。

3.

（a） 4%

$\hat{p} = \frac{70}{120} = 0.583$

利用中央極限定理近似標準常態分佈可以得到p 的近似 95%信賴區間為

$$\left(\hat{p} - z_{0.975} \times \sqrt{\frac{0.583(1-0.583)}{120}}, \hat{p} + z_{0.975} \times \sqrt{\frac{0.583(1-0.583)}{120}}\right) = (0.4951, 0.6715)$$

（b） 5%

這個題目有誤，不能根據(a)小題

$$H_0: p = 0.5 \quad H_1: p > 0.5$$

檢定統計量$\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}} = \frac{0.583-0.5}{\sqrt{\frac{0.583(1-0.583)}{120}}} = 1.84$

在顯著水準$\alpha = 0.05$下，$z_{0.95} = 1.645$，因為檢定統計量的值大於 1.645，所以我們有足夠證據拒絕虛無假設。也就是說感染率超過 50%。

(c) 5%

$$\hat{p} = \frac{145}{240} = 0.6042$$

利用中央極限定理近似標準常態分佈可以得到p 的近似 95%信賴區間為

$$\left(\hat{p} - z_{0.975} \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{240}}, \hat{p} + z_{0.975} \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{240}}\right) = (0.5423, 0.6660)$$

4. 假設隨機樣本 wbc, X 的樣本平均數與樣本標準差為$\bar{X}$與s, 母體平均與母體標準差為μ與σ。

(a) 4%

$H_0: \mu \geq 30000,\ H_1: \mu < 30000$

(b) 5%

```
#-------------R Code-----------
> library(MASS)
> X=leuk$wbc
> Xbar=mean(X);sbar=sd(X)
> t.test(X,alternative = "less",mu=30000)

     One Sample t-test

data:  X
t = -0.13905, df = 32, p-value = 0.4451
alternative hypothesis: true mean is less than 30000
95 percent confidence interval:
     -Inf 39334.97
sample estimates:
mean of x
 29165.15
#--------------------------------
```

(c) 5%

$\because p - \text{value} = 0.4451 > 0.05 \therefore \text{Do not reject } H_0 \Rightarrow$ 資料不足以說明母體平均 < 30000。

(d) 5%

母體服從常態分佈$N(\mu, \sigma)$, σ 未知。

5. 令$\bar{X}$為 BPchange 的平均，$\bar{Y}$為 Dose 的平均

(a) 4%

$H_0: \overline{X} - \overline{Y} = 0$, $H_1: \overline{X} - \overline{Y} < 0$

(b) 5%

```
#--------R-Code-------------
> library(MASS)
> t.test(Rabbit$BPchange,Rabbit$Dose,alternative = "less",var.equal = F)

Welch Two Sample t-test

data:  Rabbit$BPchange and Rabbit$Dose
t = -6.0895, df = 62.335, p-value = 3.86e-08
alternative hypothesis: true difference in means is less than 0
95 percent confidence interval:
    -Inf -39.48911
sample estimates:
mean of x mean of y
11.21833  65.62500
#--------------------------
```

(c) 5%

在$\alpha = 0.05$的條件下，因為 t 統計量為$-7.1378 < -t_{\nu}, 0.95 = -1.671 (\nu = 59)$

所以拒絕虛無假設，代表 BPchange 的平均小於 Dose 的平均。

(d) 5%

11.21833-65.62500=-54.4067

6. 假設隨機樣本 2 月 CO 指數為$\boldsymbol{X_1}$， 3 月 CO 指數為$\boldsymbol{X_2}$。$\boldsymbol{X_1} \sim N_9(\boldsymbol{\mu_1}, \Sigma_1)$, $\boldsymbol{X_2} \sim N_9(\boldsymbol{\mu_2}, \Sigma_2)$。

(a) 4%

$H_0: \boldsymbol{\mu_1} = \boldsymbol{\mu_2}$, $H_1: \boldsymbol{\mu_1} \neq \boldsymbol{\mu_2}$

(b) 5%

相依母體較為合適，因 CO 指數的 9 個資料來自不同的地區且同個地區的 2 月指數與 3 月指數會相關。

(c) 5%

```
#--------R-Code-------------
> X1=c(7,4,4,5,4,5,7,6,5)
> X2=c(6,5,6,7,7,8,4,6,7)
> t.test(X1, X2, ,alternative = "two.sided", mu=0,paired=TRUE)

	Paired t-test

data:  X1 and X2
t = -1.5, df = 8, p-value = 0.172
```

```
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to
0
95 percent confidence interval:
 -2.5373361  0.5373361
sample estimates:
mean of the differences
                     -1
#--------------------------
```

(d) 5%

$\because$ p − value = 0.172 > 0.05 $\therefore$ Do not reject H_0

$\Rightarrow$ 資料不足以說明過去兩個月的 CO 指數有所不同。