

STAT 2622 統計資料分析 作業四 (4/9 交)

1. 某高科技電子產品之壽命(失效時間)假設為指數分佈，其機率密度函數為

$$f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, \quad x > 0, \quad \text{其中 } \theta = 15,000 \text{ 小時。}$$

- (i) 此產品之壽命大於5,000小時之機率為多少?
- (ii) 若此產品已使用3,000小時沒有壞掉，那麼它可以再使用5,000小時之機率為多少?
- (iii) 若此產品已使用5,000小時沒有壞掉，那麼它可以再使用5,000小時之機率為多少?
- (iv) 從 (i)、(ii)、(iii) 的答案，你有什麼結論?
- (v) 此產品至少有 $1/3$ 的機率是好的最短壽命為多少小時? (提示: 找出時間 t 使得 $P(X > t) \geq 1/3$)

2. 若隨機變數 Z 為標準常態分佈，試計算:

- (i) $P(Z \leq 1.23)$
- (ii) $P(Z > -1.05)$
- (iii) $P(|Z| > 1.285)$
- (iv) $P(-2 \leq Z \leq 1.83)$
- (v) $P(|Z| \leq a) = 0.911$ ，則 $a = ?$
- (vi) $P(Z > b) = 0.75$ ，則 $b = ?$

3. 某大學某年錄取新生 1000 人。假設新生的英文檢定考試分數為平均數 60 分、標準差 15 分之常態分佈。

- (i) 若成績低於平均數 1.4 個標準差的同學需要選修英文課，則約有多少人需要選修英文課?
- (ii) 假設新生的英文檢定考試分數仍為常態分佈，但平均數與標準差均已改變。若校方的政策仍是檢定分數低於平均數 1.4 個標準差的同學需要選修英文課，則需要選修英文課的人數會改變嗎? 為什麼?

4.

- (i) 利用 R 計算卡方分佈的分位點(quantile)
 - (a) 自由度為 1 的 0.975 及 0.025 分位點各為多少?
 - (b) 自由度為 3 的 0.975 及 0.025 分位點各為多少?
 - (c) 自由度為 7 的 0.975 及 0.025 分位點各為多少?
 - (d) 自由度為 15 的 0.975 及 0.025 分位點各為多少?

- (e) 當自由度增加，0.975 分位點變大還是變小？當自由度增加，0.025 分位點變大還是變小？
- (ii) 利用 R 計算 t 分佈的分位點(quantile)
- (a) 自由度為 1 的 0.975 分位點為多少？
 - (b) 自由度為 5 的 0.975 分位點為多少？
 - (c) 自由度為 20 的 0.975 分位點為多少？
 - (d) 自由度為 90 的 0.975 分位點為多少？
 - (e) 當自由度增加，0.975 分位點變大還是變小？不用計算直接猜測，當自由度增加，0.025 分位點是變大還是變小？為什麼？
5. (a) 某人擁有甲、乙兩家工廠，到達甲工廠的捷運開車時刻為 7:00, 7:10, 7:20, 7:30, 7:40, 7:50, 8:00，而到達乙工廠的捷運開車時刻為 7:06, 7:16, 7:26, 7:36, 7:46, 7:56。假設某人某天在 7:00 到 8:00 間之任何時刻均可能到達捷運站，而到達後那一班捷運先到他就會搭那一班捷運到他的工廠。試問那一天他到甲工廠和乙工廠之機率各為多少？
- (b) 統計所碩士班入學考試希望每科出題老師盡量使考試分數能符合常態分佈，希望平均值為 60 左右而標準差約為 12，則 200 個考生裡大約有多少人可以超過 90 分？若決定錄取前面高分算起的 15%，則錄取之最低分約為多少？